

并联式六维加速度感知机构的 Hunt 奇异性 条件研究*

郭万荣¹, 尤晶晶^{*1, 2}, 张显著¹, 史浩飞¹, 张缘为¹

(1. 南京林业大学 机械电子工程学院, 江苏 南京 210037;

2. 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 江苏 南京 210016)

摘要: 并联式六维加速度感知机构在发生 Hunt 奇异时, 其输出信号完全紊乱, 故在构型综合时应予以规避。以 12 支链的并联式六维加速度感知机构为例, 研究了支链布局与机构 Hunt 奇异之间的关联。首先, 确定了质量块上铰链点的分布位置, 包括顶点、棱边中点和面心 3 种情况; 分别辨识了它们的 Hunt 奇异构型, 并确定了该类奇异的的存在性条件。其次, 以 3 种构型为例, 通过虚拟实验, 验证了 Hunt 奇异性条件的正确性。最后, 给出了支链布局的一种二维表达方法, 可用于描述感知机构的 Hunt 奇异构型。

关键词: 六维加速度传感器; 并联机构; Hunt 奇异; 构型综合; 支链布局

中图分类号: TH825

文献标识码: A

Research on Hunt singularity conditions of parallel type six-axis acceleration sensing mechanisms

GUO Wan-rong¹, YOU Jing-jing^{*1, 2}, ZHANG Xian-zhu¹, SHI Hao-fei¹, ZHANG
Yuan-wui¹

(1. College of Mechatronic Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing, Jiangsu 210037, China;

2. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract: The output signal of the parallel six-dimensional acceleration sensing mechanism is completely disordered when the Hunt singularity occurs, so it should be avoided in the configuration synthesis. Taking the parallel six-dimensional acceleration sensing mechanism with 12 hinges as an example, the correlation between the hinge layout and the Hunt singularity of the mechanism is investigated. First, the distribution locations of the hinge points on the mass block are determined, including the vertex, the midpoint of the prongs and the face center in three cases; their Hunt singularity configurations are identified separately, and the existential conditions for this type of singularity are determined. Secondly, the correctness of the Hunt singularity conditions is verified by virtual experiments with the three configurations as examples. Finally, a two-dimensional representation of the branched chain layout is given, which can be used to describe the Hunt singularity configurations of perceptual mechanisms.

Key words: Six-Axis Accelerometer; Parallel Mechanism; Hunt Singularity; Conformational Synthesis; Branch Chain Distribution

0 引言

随着科学技术的不断发展以及人们认识客观世界要求的不断提高, 对三维空间内物体的六维运动进行探测显得越来越重要^[1]。六维加速度传感器作为一种运动测量仪器, 能够同时感知待测体的三维线加速度和三维角加速度^[2], 在机器人、惯性导航等领域有着广泛的应用前景。

奇异性^[3]是几乎所有机构的固有属性。当机构运动至特殊位形时, 其实际自由度数目不再与理论自由度数目相等。机构在奇异位形下存在两种情况: 一是

丧失了应有的自由度而导致刚性, 二是获得了额外的自由度而失去控制, 这些都会对传感器的性能产生不利影响。

从 20 世纪 80 年代开始, 国内外许多学者开始了对奇异性的研究^[4]。代数法^[5]研究奇异是最基本的方法, 但计算过程中需要推导机构的 Jacobian 矩阵, 故运算繁琐。几何法无需繁琐的运算就能直接识别机构的奇异位形, 但无法找到并联机构的所有奇异位形^[6]。并联机构的奇异性仍然是一个研究热点^[7], 至今没有得到完全解决。在已知的各种奇异位形中, Hunt 奇异是比较容易产生的。Hunt^[8]在提出这种奇异位形时,

* 基金项目: 国家自然科学基金项目 (51405237); 江苏省大学生创新创业项目 (202310298017Z)

主要针对的是“6-3”型 Gough-Stewart 并联机构，而对于并联式六维加速度感知机构的 Hunt 奇异，目前尚未见过报道。

本文以 12 支链的并联式六维加速度的感知机构为主要研究对象，确定了质量块上铰链点的分布位置，并利用支链分布的几何特性对机构的奇异性进行分析。进一步地，推导出了产生 Hunt 奇异的构型，并证明了 Hunt 奇异的存在性条件，这为感知机构的构型综合提供了理论指导。

1 支链布局的描述

1.1 铰链点的布局类型

并联式六维加速度感知机构由一个边长为 $2N$ 的立方体质量块，一个内边长为 $2(N+L)$ 的立方体空壳状静平台，以及 12 条支链组成。为了最大程度地避免支链或铰链的干涉，确保各方向上性能的均匀性，所有支链相互平行或垂直；且支链铰链点在立方体质量块上的位置为顶点、棱中点以及面心中的一种。

1.2 支链布局的数学表达

文献[9]从能够实现动力学完全解耦的机构学条件入手，证明出：若不计入局部自由度，并联式六维加速度感知机构的自由度一定等于 6；若还需对支链实施有效预紧，则并联机构中支链的最少条数为 7。此结论被称为并联式六维加速度感知机构的“拓扑构型条件”，为六维加速度传感器的构型综合奠定了理论基础。文献[10]在同时兼顾上述条件，以及传感器的结构力学合理性、结构紧凑性等设计准则后，研究发现：含冗余支链的 Stewart 型并联机构适合于充当并联式六维加速度传感器的感知机构。

为确保感知机构灵敏度、精度等性能的各向同性，各方向上支链的条数一般相等。因此，本文在 X, Y, Z 三个方向上各布局 4 条支链，其坐标系如图 1 所示。其中， A_x 、 A_y 、 A_z 分别表示三个方向的线加速度， α_x 、 α_y 、 α_z 分别表示三个方向的角加速度。

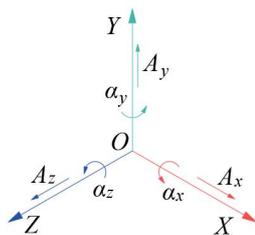


图 1 六维加速度及其坐标系

如图 2 所示，定义数字“1”为有支链分布，“0”为无支链分布。

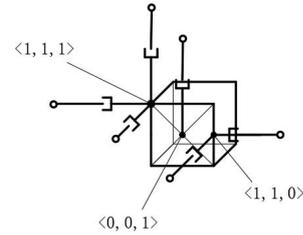


图 2 支链分布与对应序列号

将顶点分为有铰链点和无铰链点两种类型。这样，任一顶点处的支链在三个方向上的分布情况可用一个序列号表示。比如， $\langle 1, 1, 0 \rangle$ 表示铰链点仅在 X, Y 向分布了支链，Z 向未分布。

同理，用该方法定义铰链点在棱中点和面心处的支链。铰链点在面心的序列号与在顶点相同；铰链点在棱中点时，每个铰链点至多能分布除棱边方向外的其它两个方向上的支链（比如，Y 方向的棱边，只能分布 X 和 Z 向的支链）。

由文献[9]可知，并联式六维加速度感知机构发生 Hunt 奇异时，所有支链交于一条直线（即 Hunt 交线），记交线为 L 。此时，外部载荷对 L 的力矩恒为 0，即无法平衡 L 方向的力矩。因此，Hunt 奇异的判定准则可简化为所有支链是否交于同一条直线。

2 Hunt 奇异存在性条件及证明

2.1 铰链点为顶点

2.1.1 交线位置的确定

以 Y 轴为例，如图 3，该方向可分布 8 条两两平行的支链（用蓝色粗实线表示）。显然，这 8 条支链中，不可能出现 3 线重合的情况。

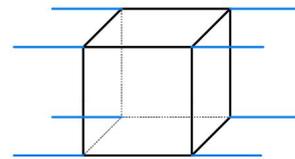


图 3 Y 方向的所有支链

如图 4 所示，记 l_1 、 l_2 为任意 2 条不共线的支链，其铰链点分别为 g 、 w 。两条不共线的平行直线若相交于一条直线，则交线一定在 l_1 、 l_2 确定的平面内。用黑色细实线画出交面轮廓，并用红色剖面线表示交面。由于 X、Z 向支链均垂直于 Y 轴，则 X、Z 向的 8 条支链中至少有 1 条支链与交面有且仅有一个交点，即为支链的铰链点。

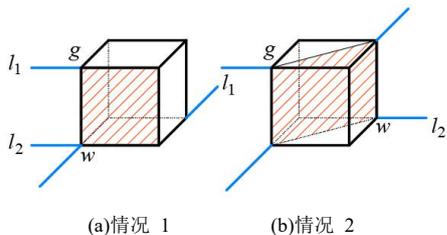


图 4 X 向支链与交面交点

因此，交线 L 一定为两铰链点的连线，即质量块棱边、面对角线或者体对角线（见图 5），用青色粗实线表示交线。

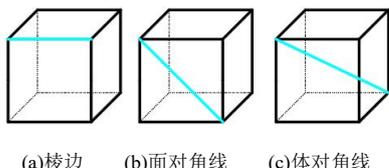


图 5 交线的三类情况

2.1.2 Hunt 奇异构型

基于图 5 所示交线 L 的三种情况，画出对应情况下交于 L 的所有支链，如图 6。

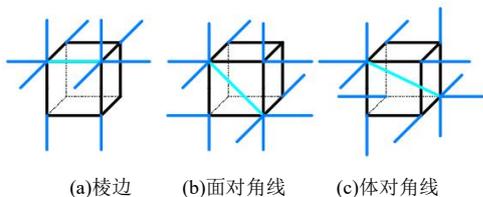


图 6 与交线相交的所有支链

当交线为质量块棱边时，在三个方向上共有 10 条支链与之相交，不满足 12 支链产生 Hunt 奇异条件。当交线为面对角线或体对角线时，均有且仅有 12 条支链交于 L 。因此，若铰链点为立方体质量块的顶点，仅当 L 为面对角线或体对角线时，满足 Hunt 奇异产生条件，即有且仅有图 7 所示的两种拓扑构型发生 Hunt 奇异。

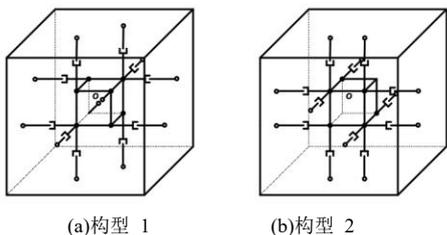


图 7 Hunt 奇异构型

综上，设计铰链点为顶点的支链分布时，应优先考虑顶点序列号满足 4、3、1 或 0 个 $\langle 1,1,1 \rangle$ 的机构，因为它们均不存在 Hunt 奇异。在满足上述条件后，其它支链可任意布置。特别地，对于顶点序列号中存在 2 个 $\langle 1,1,1 \rangle$ 的构型，其奇异情况不唯一。在设计其支链分布时，应尽量将 2 个 $\langle 1,1,1 \rangle$ 分布在质量块任意 1 条棱边对应的两个顶点上。

2.2 铰链点为棱中点

当铰链点为立方体质量块的棱中点时，由于每个棱中点只能分布不同于棱边方向的其他两个方向的支链，因此，每个铰链点至多分布 2 条支链，每条支链有 8 条棱边可以分布。

任取平行但不共线的两条 Y 向支链，用蓝色细实线表示。由这两条支链可确定交线所在的平面，包含图 8 所示的 2 种情况，用蓝色粗实线表示剩余的 Y 向支链。由于 Y 向应分布 4 条支链，除去交面上两条不共线支链，剩余的 2 条支链中若有一条平行于该交面，则一定不存在 Hunt 奇异，如图 8 所示。

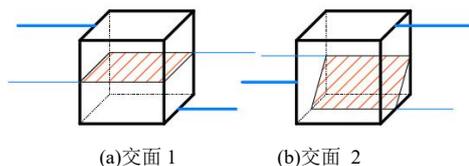


图 8 Y 向平行支链

综上，Y 向 4 条支链当且仅当如图 9 所示两种分布时，才有可能存在 Hunt 奇异。

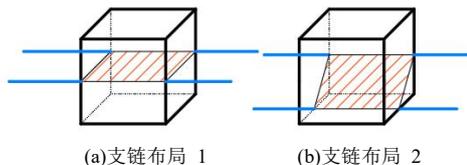


图 9 奇异时 Y 向支链分布

由于 Z 轴与图 8 所示两种情形的交面垂直或相交，则每条 Z 向支链与交面有且仅有一个交点。将交面投影到 XOY 面，用红实心点表示 Z 向支链与该平面交点的投影。交线一定为投影面上交点连线的组合，若交线与三坐标轴的任一方向平行，则在该轴方向上，至多有两支支链与交线相交。因此，排除与 X、Y 轴平行的交线，满足与 Z 向 4 条支链相交的交线只有图 10 所示的两种情况。

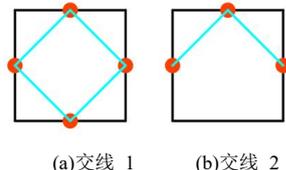


图 10 投影到 XOY 面上的交线

接下来，分析 X 向的 4 条支链。对图 9(a) 所示的支链布局 1，由于 X 向有 4 条支链与之平行（与交面无交点），故排除掉这 4 条支链后，仅剩图 11 所示的一种分布情况。

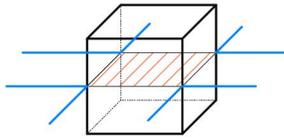


图 11 奇异时 X 向支链分布

此时，4 条交线均与 X 轴相交，即满足 Hunt 奇异存在条件。进一步分析后发现，图 11 确定的 Hunt 奇异构型均为同一种构型。

对图 9(b) 所示的支链布局 2，由于 X 向支链与该平面至多存在一个交点，故将交面向 YOZ 方向投影。如图 12 所示，可画出 X 向支链与该投影面的交点，又交线为投影面上交点的连线，则共有 3 种情况。排除与 Y 向平行的交线，只有 2 种情况能满足 X 向的四条支链共线。

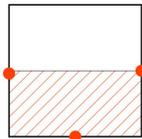


图 12 投影面上 X 向交点

如图 13，将分别满足 X、Z 向支链共线的交线绘制于图 8(b) 所示的交面 2 上（图 14 中，黑色粗实线为投影面框线，红色、绿色粗实线分别表示与 Z 向、X 向支链相交的直线）。可知，不存在直线同时满足与 X、Z 向相交，即图 8(b) 对应的构型无 Hunt 奇异。

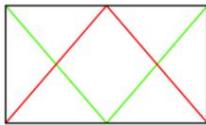


图 13 满足 X、Z 向支链共线的交线

综上，当铰链点在棱中点时，有且仅有图 14 所示的一种 Hunt 奇异构型。

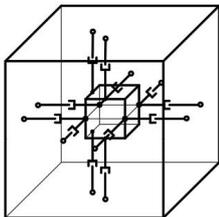


图 14 Hunt 奇异构型 3

因此，若铰链点为棱中点，应尽量避免铰链点序

列号同时存在 4 个 $\langle 1,1,0 \rangle$ 、 $\langle 0,1,1 \rangle$ 或 $\langle 1,0,1 \rangle$ ，且位于同一平面的情况。

2.3 铰链点为面心

当铰链点分布在立方体质量块的面心时，类比支链分布在棱中点的情况，取 Y 向平行但不共线的两条支链，确定如图 15 所示的 3 种平面：

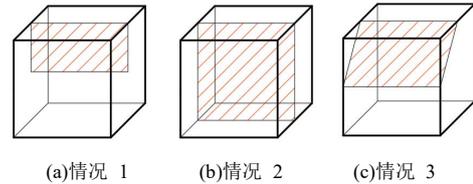


图 15 铰链点为面心的交面

图 15(a)、(b) 情况类似，可综合分析。由于这两种情况阴影面均垂直于 X 轴，若交线不为铰链点的连线，X 向的支链必与交线不相交。因此，交线一定为铰链点的连线。将交面投影到 YOZ 平面，并画出 X 向支链与该平面的交点。除去与 3 个坐标轴平行方向的交线外，图 15(a)、(b) 所示情况 1、情况 2 各有 2、4 条交线满足奇异条件，如图 16 所示。

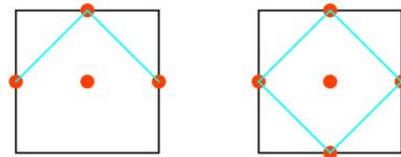


图 16 投影到 YOZ 面上的交线

由于 X 轴方向有 4 条支链，且交线必与 4 条 X 向支链相交，而图 15(a)、(b) 对应的交线均至多与 2 条 X 向支链相交，则两种情况下都一定不存在 Hunt 奇异。对图 15(c) 所示情况 3，投影面上的交线情况与图 15(a) 相同，故也不存在 Hunt 奇异。

综上，当铰链点为立方体质量块面心时，机构不存在 Hunt 奇异。

3 虚拟实验验证

针对三种 Hunt 奇异构型，在软件包 ADAMS 中建立图 17 所示的虚拟样机模型。为了更好地展示内部结构，图中隐藏了底座。

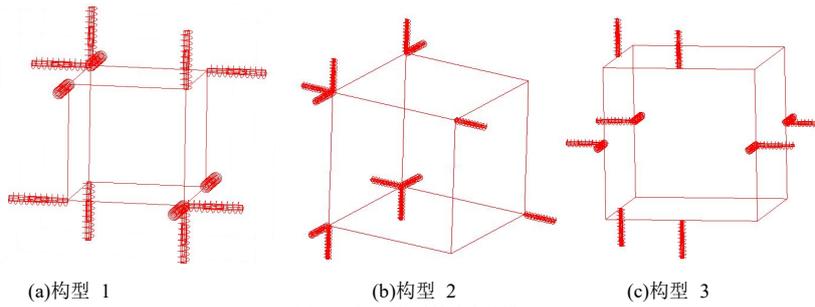


图 17 奇异构型的虚拟样机

对图 17 所示的 3 种构型与文献[1]中“12-6”构型进行虚拟仿真实验,在基座上施加表 1 所示的六维驱动,仿真时间和仿真步长分别设置为 3s 和 0.001s。

表 1 输入运动参数

六维运动	函数表达式
X 向平移/mm	$1 \times \cos(10\pi t) - 1$
Y 向平移/mm	$1.2 \times \cos(10\pi t) - 1.2$
Z 向平移/mm	$1.3 \times \cos(10\pi t) - 1.3$
绕 X 旋转/rad	$1.4 \times \cos(10\pi t) - 1.4$
绕 Y 旋转/rad	$1.5 \times \cos(10\pi t) - 1.5$
绕 Z 旋转/rad	$1.6 \times \cos(10\pi t) - 1.6$

分别从 4 个构型中各取 1 条支链,测量其输出变形曲线,如图 18 所示。

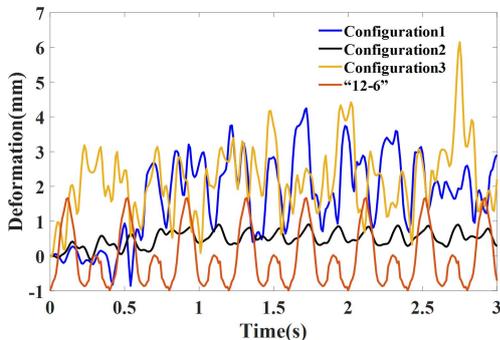


图 18 支链变形曲线

文献[10]研究表明,当输入运动参数为周期函数时,对应构型的支链变形曲线也一定是周期函数。如图 18,我们发现,当输入运动参数为表 1 所示的周期函数时,文献[1]中“12-6”构型的支链变形曲线为周期性的;而图 17 所示三种机构输出的支链变形曲线是紊乱且非周期性的。这表明,图 17 所示三种机构均发生了 Hunt 奇异,验证了第 2 节结论的正确性。

4 支链布局的表达

为便于表达支链的布局情况,本节引入可视化的概念,将质量块上的铰链点投影至二维平面,利用同心圆的交点来表达六维加速度感知机构上支链的布局。比如,图 19 为图 17 所示 3 种 Hunt 奇异构型的二维表达图。其中,实心彩球代表质量块上分布的 12 条支链,6 种颜色分别代表立方体质量块的 6 个面(见表 2)。

表 2 质量块 6 个面对应颜色

质量块的面	颜色	质量块的面	颜色
顶面	红色	底面	绿色
左面	蓝色	右面	黄色
前面	橙色	后面	黑色

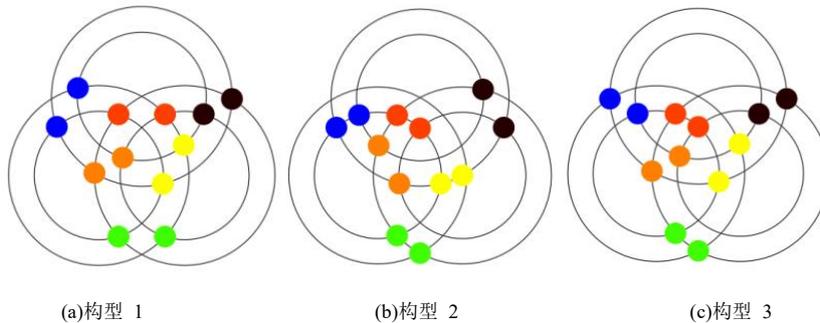


图 19 奇异构型的二维表达图

通过与奇异构型的二维表达图进行比对,可识别感知机构的 Hunt 奇异;再通过实心彩球沿着同心圆的旋转来描述支链布局的变换,从而综合并表达出新的非 Hunt 奇异构型。

5 两点讨论

5.1 铰链点的位置类型不统一

上文研究的是铰链点要么都位于质量块顶点,要么都位于棱边中点或面心处。实际上,还可能出现它

们的组合情况。

对于图 17(a)所示的构型 1 (交线为体对角线), 由于体对角线过体心, 且质量块的六个面心上均可分布 1 条过体心的支链。因此, 三个方向上均增加 2 条支链交于 L , 即共有 $C_6^4 \times C_6^4 \times C_6^4 = 3375$ 种 Hunt 奇异构型。

对于图 17(b)所示的构型 2 (交线为面对角线), 交面的面心处可在三个方向上各增加一条支链; 与交面平行的面上可增加一条沿交面法线方向的支链; 而且, 质量块上与交面相交的 4 条棱边中点处, 均可增加 (除该面法线方向与棱边方向外) 1 条支链交于 L , 即共有 $C_7^4 \times C_7^4 \times C_7^4 = 18375$ 种 Hunt 奇异构型。

对于图 17(c)所示的构型 3 (铰链点为棱中点), 交线为质量块的两个相互垂直面的面心连线, 在这两个面心处可在三个方向上各增加一条支链; 与这两个面平行的面上可增加 1 条支链交于 L , 即共有 $C_7^4 \times C_7^4 \times C_6^4 = 18375$ 种 Hunt 奇异构型。

5.2 其它条数支链时的 Hunt 奇异构型

除了 12 支链, 还可能综合出其它条数支链的构型。运用同样的方法, 可得出 9 支链构型中存在 $C_3^1 \times C_4^3 \times C_4^3 \times C_4^3 = 192$ 种 Hunt 奇异构型; 对于支链数大于 12 的构型, 不存在 Hunt 奇异。

该讨论不仅论证了本文研究对象的特殊性, 也证明了 Hunt 奇异产生的普遍性。

6 结论

针对 12 支链并联式六维加速度感知机构的 Hunt 奇异性条件, 开展了理论和仿真研究, 具体地说:

(1) 当铰链点为质量块顶点时, 有且仅有 2 种构型存在 Hunt 奇异。此时, 顶点中一定包含 2 个序列号为 $\langle 1, 1, 1 \rangle$ 的铰链点, 且 Hunt 交线为它们的连线。

(2) 当铰链点为质量块棱中点时, 有且仅有 1 种构型存在 Hunt 奇异。此时, 棱边上一定分布了 4 个序列号相同的铰链点, 由这 4 个铰链点可构成一个平面, 该平面与质量块的 4 条交线可构成一个平行四边形, 交线即为平行四边形任意两条棱边中点的连线。

(3) 当铰链点为质量块面心时, 机构不存在 Hunt 奇异。

(4) 支链的布局可通过二维平面上六个圆交点处彩球的颜色进行表达, 这便于判定、规避六维加速度感知机构的 Hunt 奇异构型。

参考文献:

- [1] 陈华鑫, 尤晶晶, 王林康, 等. 并联式六维加速度传感器中相对、绝对运动的影响关系[J]. 传感器与微系统, 2021, 40(10): 32-35.
- [2] BLACK L, YOU J, YANG X, et al. Forward and inverse dynamics of a six-axis accelerometer based on a parallel mechanism[J]. Sensors, 2021, 21(1): 233.
- [3] Sven L, Kefei W, Jessica K B. Singularity analysis of 3-DOF planar parallel continuum robots with constant curvature links[J]. Frontiers in Robotics and AI, 2023, 9.
- [4] 黄真, 曲义远. 空间并联机器人机构的特殊位形分析[J]. 东北重型机械学院学报, 1989, 13(2): 1-6.
- [5] 仇鑫, 尤晶晶, 叶鹏达等. 一种可重构 Stewart 型并联机器人的静刚度分析[J]. 南京师大学报(自然科学版), 2022, 45(03): 132-140.
- [6] JIANG Q, GOSSELIN C M. Determination of the maximal singularity-free orientation workspace for the Stewart Gough platform[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(6): 1281-1293.
- [7] 尤晶晶, 王林康, 刘云平等. 基于并联机构的六维加速度传感器的反向动力学[J]. 机械工程学报, 2022, 58(06): 10-25.
- [8] HUNT K H. Structural kinematics of inparallel-actuated robot-arms[J]. ASME Journal of Mechanisms Automation, 1983, 105(4): 705-712.
- [9] 尤晶晶, 李成刚, 吴洪涛, 等. 预紧式并联加速度传感器的解耦算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(5): 1216-1225.
- [10] YOU J, XI F, SHEN H, et al. A novel Stewart-type parallel mechanism with topological reconfiguration: Design, kinematics and stiffness evaluation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021(162): 104329.

作者简介: 尤晶晶(通信作者)(1985—), 男, 汉族, 博士, 副教授, 硕士生导师, 加拿大 Toronto Metropolitan University 访问学者, 研究方向: 并联机器人机构学。
E-mail: youjingjing251010@njfu.edu.cn